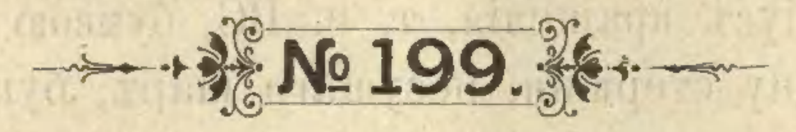
XVII Сем. 20-го октября 1894 г. № 7.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ
и
ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

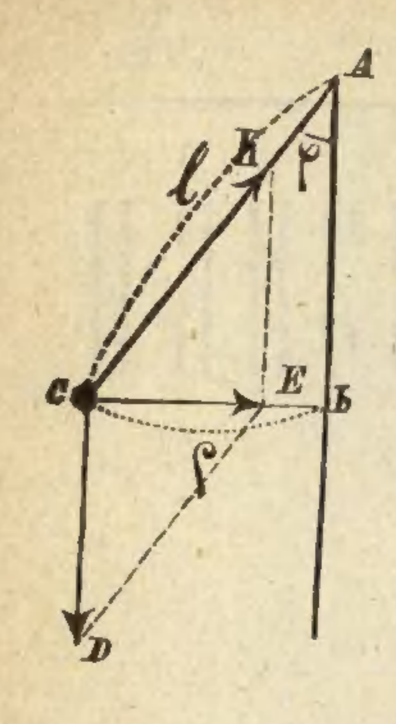


ЗАМѢТКА О ДВИЖЕНІИ
ваттовскаго центробѣжнаго регулятора.

Цѣль нижеслѣдующей замѣтки разобрать слѣдующій вопросъ: имѣется центробѣжная машина, на которой приводится во вращеніе извѣстный въ среднихъ курсахъ ваттовскій центробѣжный регуляторъ. Вращеніе центробѣжной машины ускоряется весьма медленно, такъ что въ теченіе любого не особенно большого промежутка времени вращеніе можно считать равномѣрнымъ и слѣдовательно движеніе шаровъ регулятора можно считать равномѣрнымъ круговымъ. Найти уголъ, на который будутъ отклонены стержни, несущіе шары, отъ вертикальнаго стержня, если время полнаго оборота регулятора равно T секундамъ, а длина каждаго изъ стержней, на которыхъ висятъ шары, равна l сантиметрамъ; вертикальный стержень и стержни, несущіе шары, считать геометрическими линіями, масса которыхъ равна нулю, шары регулятора считать матерьяльными точками.

Будемъ разсматривать движеніе одного изъ шаровъ въ произвольно выбранный моментъ t; такъ какъ по заданію движеніе шара-матерьяльной точки должно быть считаемо равномѣрнымъ круговымъ, то слѣдовательно оно должно совершаться подъ вліяніемъ силы, имѣющей постоянную величину, и направленной къ центру окружности, по которой происходитъ движеніе и центръ которой лежитъ на оси вращенія. Эта сила составится изъ натяженія стержня и вѣса шара-матерьяльной точки.

На приложенномъ чертежѣ изображены силы: натяженія стержня — отрѣзкомъ СК,



Фиг. 30.

вѣсъ шара-матерьяльной точки — отрѣзкомъ CD, равнодѣйствующая этихъ двухъ силъ — отрѣзкомъ CE.

Обозначая:

силу, подъ вліяніемъ которой происходитъ равномѣрное круговое движеніе шара, буквою F,

массу шара-матерьяльной точки буквою m,

ускореніе силы тяжести буквою g,

линейную скорость вращенія шара-матерьяльной точки буквою v,

радіусъ вращенія, т. е. BC, буквою ϱ,

длину стержня, несущаго шаръ, буквою l,

уголъ, образованный стержнемъ, несущимъ шаръ, и вертикальнымъ стержнемъ, буквою φ,

мы можемъ написать для F слѣдующія два выраженія:

$$(1) \quad \ldots\ldots\ldots \quad F = \frac{mv^2}{\varrho},$$

$$(2) \quad \ldots\ldots\ldots \quad F = mg\,\mathrm{tg}\varphi.$$

Выраженіе (1) мы пишемъ на основаніи того, что 1) ускореніе въ равномѣрномъ круговомъ движеніи равно квадрату линейной скорости, раздѣленному на радіусъ окружности и 2) сила равняется произведенію массы на производимое этой силой ускореніе. Выраженіе (2) мы пишемъ на основаніи того, что 1) вѣсъ тѣла равенъ произведенію его массы на ускореніе силы тяжести и 2) на основаніи извѣстнаго соотношенія между катетами, примѣняемаго къ треугольнику CDE.

На основаніи равенствъ (1) и (2) имѣемъ:

$$(3) \quad \ldots\ldots \quad \frac{mv^2}{\varrho} = mg\,\mathrm{tg}\varphi.$$

Принявъ во вниманіе, что

$$v = \frac{2\pi\varrho}{T}, m > 0 \text{ и } \varrho = l\sin\varphi,$$

можемъ равенство (3) переписать такъ:

$$(4) \quad \ldots\ldots \quad \frac{4\pi^2}{T^2} l\sin\varphi = g\,\mathrm{tg}\varphi$$

или

$$(5) \quad \ldots\ldots \quad \frac{4\pi^2}{T^2} l\sin\varphi - g\,\mathrm{tg}\varphi = 0;$$

полученное выраженіе должно дать возможность опредѣлить уголъ φ, соотвѣтствующій заданному T.

Выносимъ за скобки $\sin\varphi$; тогда уравненіе (5) приметъ видъ:

$$(6) \quad \ldots\ldots \quad \sin\varphi\left\{\frac{4\pi^2 l}{T^2} - \frac{g}{\cos\varphi}\right\} = 0.$$

Это уравненіе можетъ быть удовлетворено или когда

(7) . . . . . $\sin\varphi = 0$, т. е. $\varphi = 0$,

или когда

(8) . . $\left(\frac{4\pi^2 l}{T^2} - \frac{g}{\cos\varphi}\right) = 0$, т. е. $\cos\varphi = \frac{gT^2}{4\pi^2 l}$,

или когда уравненія (7) и (8) имѣютъ мѣсто одновременно.

Уравненіе (8) удовлетворяется вещественными значеніями для φ только тогда, когда

(9) . . . . $\frac{gT^2}{4\pi^2 l} \leqq 1$, т. е. $T \leqq 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$.

А слѣдовательно, пока $T < 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ искомый уголъ φ можетъ имѣть два значенія: одно, для движенія неустойчиваго, получится изъ уравненія (7), и другое, для движенія устойчиваго, изъ уравненія (8), при чемъ второе будетъ измѣняться съ измѣненіемъ T, а первое не будетъ; когда $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, то уравненія (7) и (8) даютъ одно и то же значеніе для φ, и, наконецъ, когда $T > 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, то уголъ φ долженъ опредѣляться только изъ уравненія (7) и слѣдовательно, не смотря на измѣненіе T, долженъ *все время* равняться нулю.

Вышеизложенная замѣтка имѣетъ цѣлью обратить вниманіе на то, какъ осторожно слѣдуетъ производить сокращеніе уравненій на величины, содержащія неизвѣстныя буквы; въ самомъ дѣлѣ уравненіе (4) мы могли бы написать такъ:

$$\frac{4\pi^2 l \sin\varphi}{T^2} = g\frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}.$$

Сокративъ обѣ части на $\sin\varphi$, получили-бы:

$$\frac{4\pi^2 l}{T^2} = \frac{g}{\cos\varphi}, \text{ откуда } \cos\varphi = \frac{gT^2}{4\pi^2 l},$$

т. е. только одно уравненіе (8).

При такой обработкѣ уравненія (4) *мы потеряли-бы рѣшенія уравненія* $\varphi\sin = 0$, а вмѣстѣ съ тѣмъ не замѣтили бы и факта, что *отклоненіе шаровъ центробѣжнаго регулятора, уменьшаясь съ увеличеніемъ продолжительности полнаго оборота регулятора, дѣлается равнымъ нулю не при прекращеніи движенія, а при* $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$.

Проф. *Садовскій* (Юрьевъ).

ОЧЕРКЪ
ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ЛОБАЧЕВСКАГО.

(Продолженіе).*

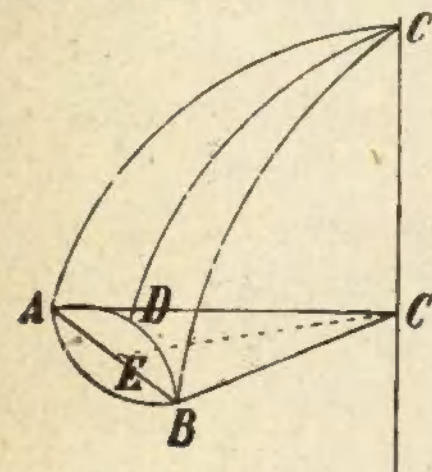
Послѣднее уравненіе заключаетъ однако постоянную величину

$$r = -\lg \operatorname{tg} \frac{1}{2} \Pi(1).$$

Какъ опредѣлить эту величину?

Прежде всего, такъ какъ $\Pi(1) < 90^0$, то $\operatorname{tg} \frac{1}{2} \Pi(1) < 1$ и, слѣдовательно, $r > 0$. Далѣе, такъ какъ 1 подъ символомъ $\Pi(1)$ означаетъ единицу длины, то численное значеніе этой величины зависитъ отъ выбора этой единицы, иными словами, зависитъ отъ нашего усмотрѣнія. Вопросъ только въ томъ, какая длина при томъ или другомъ выборѣ единицы опредѣляется этимъ числомъ. Слѣдующія соображенія рѣшаютъ этотъ вопросъ.

Пусть A и B (фиг. 31) двѣ точки на предѣльной поверхности, которыя приходятъ въ совпаденіе при вращеніи поверхности вокругъ оси $C'C$. Плоскость ACB, положимъ, принадлежитъ параллели, въ которой онѣ при этомъ расположены. Тогда углы $AC'B$ и ACB на предѣльной поверхности и на плоскости имѣютъ одинаковое измѣреніе. Обозначимъ предѣльную дугу ADB=2AD черезъ 2σ, а хорду AB=2AE черезъ $2s$; дугу AC' и отрѣзокъ AC обозначимъ черезъ ϱ' и ϱ, такъ что на основаніи уравненія I $\varrho' = l \operatorname{cotg} \Pi(\varrho)$. Тогда изъ геодезическаго треугольника ADC' имѣемъ:



Фиг. 31.

$$\sigma = \varrho' \sin \frac{\omega}{2} = l \operatorname{cotg} \Pi(\varrho) \sin \frac{\omega}{2}. \qquad (19)$$

Изъ прямоугольнаго треугольника AEC, на основаніи уравненія III, имѣемъ:

$$\operatorname{cotg} \Pi(s) = \operatorname{cotg} \Pi(\varrho) \sin \frac{\omega}{2}.$$

Если здѣсь положимъ ω безконечно малой, то и s будетъ величиной безконечно малой. Поэтому, разлагая $\operatorname{cotg} \Pi(s)$ въ рядъ на основаніи уравненія XXII a) и сохраняя, ввиду сдѣланнаго предположенія, только членъ перваго порядка, мы найдемъ:

$$s = r \operatorname{cotg} \Pi(\varrho) \sin \frac{\omega}{2} \qquad [\lim \omega = 0]. \qquad (20)$$

Дѣля уравненія (19) и (20) одно на другое, находимъ:

$$\lim \frac{2\sigma}{2s} = \frac{l}{r}_{(\omega = 0)}.$$

*) См. „В. О. Ф.“ №№ 174, 178, 179, 183, 187, 188, 189, 190, 194, 195, 196 и 198.

Но такъ какъ предѣломъ отношенія дуги къ хордѣ служитъ единица, то $r = l$.

Такимъ образомъ постоянная величина r, входящая въ составъ уравненій XX, представляетъ собой не что иное, какъ длину l, съ которой мы уже встрѣчались. Мы видѣли, что это есть длина половины дуги предѣльной кривой, хорда которой равна $2\Phi(45^0)$; можно сказать иначе, это есть половина дуги предѣльной кривой, въ которой оси, проходящія черезъ конечныя точки, образуютъ съ хордой углы въ 45^0.

Какъ велика эта величина? Отвѣтъ на этотъ вопросъ можетъ дать только опытъ. Съ точки зрѣнія теоретической она можетъ имѣть какія угодно значенія; иначе говоря, геометрическая система, чисто формальная можетъ быть построена, при какомъ угодно значеніи постоянной l.

Впрочемъ, здѣсь необходимо сдѣлать оговорку въ двухъ отношеніяхъ.

Во первыхъ, такое заключеніе можетъ считаться законнымъ лишь въ томъ случаѣ, если мы можемъ утверждать, что построенная нами система не имѣетъ никакихъ внутреннихъ противорѣчій; иными словами, если мы можемъ обнаружить, что дальнѣйшее развитіе такой системы при произвольномъ значеніи постоянной l, не приведетъ въ концѣ концовъ къ противорѣчію съ основными положеніями. Вопросъ этотъ слишкомъ сложенъ; онъ будетъ подвергнутъ ниже детальному обсужденію; покуда-же *допустимъ*, что этотъ вопросъ рѣшается въ пользу излагаемой системы.

Во вторыхъ, нужно опредѣлить, въ какомъ отношеніи къ разсматриваемому вопросу стоитъ система Евклида.

Если мы положимъ $l = \infty$, то уравненіе XX a) дастъ:

$$\Pi(z) = \text{Const.} = 90^0.$$

Въ этомъ случаѣ, и, очевидно, только въ этомъ случаѣ, мы получаемъ систему Евклида.

Представимъ себѣ теперь, что величина l сохраняетъ конечное значеніе, — но мы занимаемся изслѣдованіемъ геометрическихъ фигуръ въ такой части пространства, линейные размѣры которой во всѣхъ направленіяхъ ничтожны по сравненію съ величиной l. Тогда въ предѣлахъ этой части пространства отношеніе $\frac{z}{l}$ весьма мало отличается отъ нуля, и уравненіе XX a) обнаруживаетъ, что геометрическія соотношенія въ этой части пространства, выражаясь вульгарно, геометрія этого уголка—будетъ тѣмъ ближе подходить къ геометріи Евклида, чѣмъ ближе будетъ къ нулю отношеніе $\frac{z}{l}$. Въ самомъ дѣлѣ, мы уже видѣли, что мы можемъ замѣнить $\cot g\Pi(z)$ черезъ $\frac{z}{l}$ при весьма малыхъ значеніяхъ этого отношенія, пренебрегая при этомъ безконечно малыми высшихъ порядковъ. При такихъ условіяхъ уравненія III и IV даютъ

$$a = c\sin A,\ b = c\sin B.$$

При томъ же предположенiи можно положить $\sin \Pi(c)$ равнымъ единицѣ (см. урав. XXII c)). Поэтому уравненiе X даетъ

$$1 = \operatorname{tg} A \operatorname{tg} B, \text{ т. е. } A + B = 90^0.$$

Итакъ, *при какомъ угодно значенiи постоянной l геометрiя безконечно малыхъ совпадаетъ съ геометрiей Евклида.*

Такимъ образомъ аналитически система Евклида является частнымъ (предѣльнымъ) случаемъ болѣе общей системы Лобачевскаго. Но съ точки зрѣнiя экспериментальнаго познанiя вопросъ стоитъ нѣсколько иначе.

Для того, чтобъ убѣдиться въ томъ, что къ извѣстнымъ образамъ примѣняется геометрiя Евклида, нужно обнаружить, что величина $l = \infty$. Но, во-первыхъ, никакое непосредственное измѣренiе не способно обнаружить, что извѣстная длина равна безконечности; во-вторыхъ, если геометрiя Евклида имѣетъ мѣсто, то уголъ параллельности постоянно равенъ 90^0, хорды $\Phi(45^0)$, слѣдовательно, не существуетъ, не существуетъ величины подлежащей измѣренiю.

Роль опыта заключается въ слѣдующемъ: онъ можетъ обнаруживать, что всѣ наши измѣренiя приводятъ къ результатамъ, которыя согласны съ геометрiей Евклида, съ ея выводами;—или же онъ приведетъ къ противоположному заключенiю. Въ первомъ случаѣ предъ нами остается дилемма: либо къ этимъ образамъ дѣйствительно примѣняется геометрiя Евклида; иными словами, мы будемъ получать соотвѣтствiе съ Евклидовой геометрiей, сколько бы ни расширялись предѣлы пространства, въ которыхъ мы производимъ наблюденiе; либо это соотвѣтствiе обусловливается тѣмъ, что мы вращаемся, въ такой части вселенной, линейные размѣры которой неизмѣримо малы по сравненiю съ постоянной l, характеризующей наше пространство. Въ этомъ случаѣ, расширенiе условiй нашего опыта, возможность производить наблюденiя на разстоянiяхъ, неизмѣримо большихъ, нежели протяженiе той части пространства, въ предѣлахъ которой мы теперь замкнуты, можетъ привести насъ къ другимъ заключенiямъ, можетъ обнаружить несоотвѣтствiе нашихъ наблюденiй съ выводомъ Евклида. Въ такомъ случаѣ, если бы при этомъ мы имѣли основанiе думать, что остальныя посылки Евклида имѣютъ мѣсто, то намъ оставалось бы только тѣмъ или инымъ путемъ на основанiи данныхъ опыта, опредѣлить величину l.

Итакъ судьба Евклидовой геометрiи носитъ такой характеръ: такъ какъ формальная геометрiя можетъ имѣть своимъ основанiемъ всю систему основныхъ посылокъ Евклида, въ которой только XI аксiома замѣнена обратнымъ положенiемъ,—то послѣдняя не является логически необходимой; иными словами XI-ая аксима не допускаетъ теоретическаго доказательства. Но экспериментальному доказательству также нѣтъ мѣста. Опытъ можетъ только обнаружить, что въ извѣстныхъ предѣлахъ наши наблюденiя согласны съ геометрiей Евклида. Опытъ можетъ обнаружить противоположное. Въ послѣднемъ случаѣ, экспериментъ рушитъ геометрiю Евклида въ примѣненiи къ тѣмъ образамъ, къ которымъ она примѣнялась раньше. Но пока опытъ говоритъ въ пользу XI-го постулата, мы можемъ приписать это тому обстоятельству, что мы наблюдаемъ въ предѣлахъ ничтожнаго уголка вселенной, сколь

бы громадными ни представлялись размѣры этого уголка нашему воображенію. Изъ этой дилеммы возможенъ выходъ въ отрицательную сторону, но ни въ коемъ случаѣ не въ положительную.

Именно въ такомъ смыслѣ высказывается и Лобачевскій: „Изложенная нами теорія параллельныхъ линій“, говорить онъ: „предполагаетъ линіи съ углами въ такой зависимости, которая, какъ послѣ увидимъ, находится ли или нѣтъ въ природѣ доказать никто не въ состояніи. По крайней мѣрѣ, наблюденія астрономическія убѣждаютъ въ томъ, что всѣ линіи, которыя подлежатъ нашему измѣренію, даже разстоянія между небесными тѣлами, столько малы въ сравненіи съ линіей, принятой въ теоріи за единицу *), что употребительныя до сихъ поръ уравненія прямолинейной тригонометріи безъ чувствительной погрѣшности должны быть справедливы“ **).

Нѣсколько ниже: „Съ другой стороны, мы не въ состояніи постигать какая бы связь могла существовать въ природѣ вещей и соединять въ ней величины столь разнородныя, какъ линіи и углы***). Итакъ, очень вѣроятно, что Евклидовы положенія одни только истинныя, хотя и останутся навсегда недоказанными“.

Изложенныя здѣсь соображенія допускаютъ, впрочемъ, возраженія еще съ другой точки зрѣнія. Такъ какъ эти возраженія созрѣли на почвѣ, созданной скорѣе школой Лобачевскаго, нежели имъ самимъ, то мы откладываемъ этотъ вопросъ до болѣе удобнаго момента.

Обратимся теперь къ тригонометріи косоугольнаго треугольника. Мы нашли выше два уравненія XIII и XIV, связывающія между собой стороны и углы треугольника. Для разысканія третьяго уравненія нужно исключить x изъ уравненій (13). Теперь это исключеніе можно произвести безъ труда.

На основаніи формулы XVI b), второе уравненіе (13) пріиметъ такой видъ:

$$\cos\Pi(b)-\cos\Pi(x)=\cos\Pi(a)\cos C[1-\cos\Pi(b)\cos\Pi(x)].$$

Подставляя сюда вмѣсто $\cos\Pi(x)$, на основаніи перваго изъ уравненій (13), $\cos\Pi(c)\cos A$, мы найдемъ:

$$\cos\Pi(b)[1+\cos\Pi(a)\cos\Pi(c)\cos A\cos C)=\cos\Pi(a)\cos C+\cos\Pi(c)\cos A. \quad \text{XXIII.}$$

Уравненія XIII, XIV и XXIII заключаютъ въ себѣ всю тригонометрію прямолинейнаго косоугольнаго треугольника. Такъ какъ для рѣ-

*) Лобачевскій принимаетъ длину l за единицу мѣры.

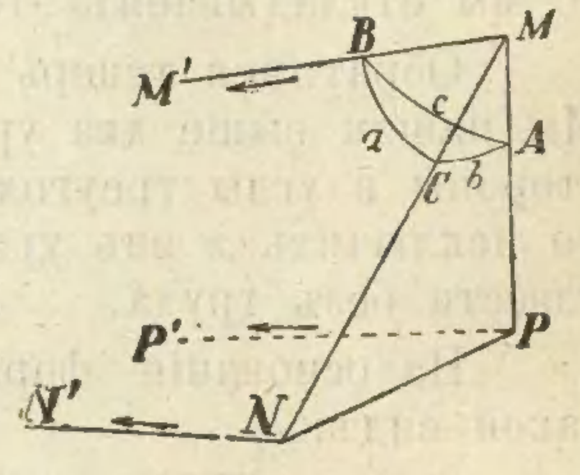
**) „О Началахъ геометріи“, стр. 18. Слѣд. цитата на стр. 20.

***) Связь между угломъ и прямой, о которой говоритъ здѣсь Лобачевскій, заключается въ уравненіи $\omega=\Pi(x)$. Здѣсь каждому линейному отрѣзку отвѣчаетъ опредѣленный уголъ и наоборотъ. Геометры, предшествовавшіе Лобачевскому, считали такую связь невозможной. Основываясь на этомъ утвержденіи, которое они называли „началомъ однородности“, они строили доказательство XI-го постулата. Мы упоминали объ этомъ принципѣ во II-й главѣ: г. Буняковскій относится къ этому положенію довольно одобрительно. Читателю, надѣюсь, очевидно, что въ этомъ принципѣ заключается утвержденіе вполнѣ эквивалентное XI-му постулату. Достаточно принять, что прямолинейный отрѣзокъ не можетъ опредѣлять собой угла и наоборотъ, чтобы уравненіе $\omega=\Pi(x)$ сдѣлалось невозможнымъ, а вмѣстѣ съ нимъ и вся система Лобачевскаго.

шенія такого треугольника намъ должно быть дано три данныхъ, то уравненія, окончательно приспособленныя къ рѣшенію треугольника, должны заключать четыре величины; а по числу сочетаній изъ 6 по 4 ихъ должно быть 15. Построеніе этихъ уравненій требуетъ сложнаго ряда аналитическихъ передѣлокъ, необходимыхъ для исключенія изъ найденныхъ уравненій то тѣхъ, то другихъ перемѣнныхъ. Мы не станемъ этимъ заниматься главнымъ образомъ потому, что способъ, который мы укажемъ въ концѣ этой главы, даетъ возможность получить эти уравненія безъ труда.

Обратимся теперь къ сферической тригонометріи.

Пусть NMP (фиг. 32) представляетъ собой произвольный уголъ, который мы обозначимъ черезъ b. Черезъ сторону MN этого угла проводимъ плоскость M′MN, перпендикулярную къ плоскости угла,—и строимъ въ ней произвольный острый уголъ $M'MN = a$. На сторонѣ MN откладываемъ разстояніе $MN = \Phi(a)$, такъ что прямая NN′, перпендикулярная къ MN въ плоскости M′MN, параллельна MM′. Изъ точки N опустимъ перпендикуляръ NP на прямую MP. Прямая NN′, будучи перпендикулярна къ плоскости NMP, перпендикулярна къ прямой NP. Наконецъ, плоскости M′MP и N′NP, проходящія черезъ параллели MM′ и NN′, пересѣкаются по прямой PP′, имъ параллельной. Плоскость N′NP, проходя черезъ прямую NN′, перпендикулярна также къ плоскости MNP, а потому прямая MP, перпендикулярная къ прямой NP, перпендикулярна къ плоскости N′NP и, слѣдовательно, къ прямой P′P.



Фиг. 32.

Изъ точки M, какъ изъ центра проведемъ теперь сферу произвольнаго радіуса. Плоскости, сходящіяся въ центрѣ, вырѣжутъ сферическій треугольникъ ABC, который имѣетъ прямой уголъ при C, ибо плоскости M′MN и N′MP перпендикулярны. Катеты треугольника равны a и b; его гипотенузу обозначимъ черезъ c. Прямоугольный треугольникъ не ограниченъ никакими спеціальными условіями, такъ какъ его катеты выбраны произвольно. По чертежу мы видимъ, что

$$c = \Pi(MP),\quad a = \Pi(MN) \qquad (21)$$

Далѣе уголъ A сферическаго треугольника ABC опредѣляется двуграннымъ угломъ, составленнымъ плоскостями M′MP и NMP, и измѣряется линейнымъ угломъ P′PN, такъ что

$$\angle A = \Pi(NP). \qquad (22)$$

Изъ прямоугольнаго треугольника MNP, на основаніи уравненій III, XI и VI, имѣемъ:

$$\operatorname{cotg}\Pi(NP) = \operatorname{cotg}\Pi(MN)\sin b$$
$$\cos\Pi(MP) = \cos\Pi(MN)\cos b$$
$$\cos\Pi(NP) = \operatorname{cotg}\Pi(MP)\operatorname{tg} b$$

Принимая же во вниманіе уравненія (21) и (22), находимъ:

$$\operatorname{cotg}A = \operatorname{cotg}a\sin b \text{ или } \operatorname{tg}a = \sin b\operatorname{tg}A$$
$$\cos c = \cos b\cos a \quad „\ \cos c = \cos b\cos a$$
$$\cos A = \operatorname{cotg}c\operatorname{tg}b \quad „\ \operatorname{tg}b = \operatorname{tg}c\cos A.$$

Мы видимъ, что мы пришли съ обыкновенными уравненіями прямоугольнаго сферическаго треугольника. Такъ какъ изъ этихъ уравненій развивается вся сферическая тригонометрія, то отсюда вытекаетъ слѣдующій замѣчательный выводъ:

Сферическая геометрія не зависитъ отъ постулата Евклида.

Замѣтимъ еще, что стороны a, b и c должны быть сдѣсь выражены въ угловой мѣрѣ. Поэтому, если символы a, b и c сохранимъ для обозначенія длины сторонъ, то угловое ихъ измѣреніе можетъ быть получено слѣдующимъ образомъ:

Каждую окружность можно разсматривать какъ окружность на предѣльной поверхности. Принимая во вниманіе, что на предѣльной поверхности имѣетъ мѣсто геометрія Евклида, мы можемъ выразить угловую мѣру дугъ a, b и c (а слѣдовательно, и соотвѣтствующихъ центральныхъ угловъ) отношеніями $\frac{a}{R}, \frac{b}{R}, \frac{c}{R}$, гдѣ R есть геодезическій радіусъ окружности на предѣльной поверхности.

Если ϱ есть прямолинейный радіусъ окружности, то, на основаніи уравненія I, имѣемъ:

$$R = l\cot g\Pi(\varrho),$$

а потому угловое измѣреніе дугъ можно выразить такимъ образомъ

$$\frac{a}{l}\,\mathrm{tg}\,\Pi(\varrho), \frac{b}{l}\,\mathrm{tg}\,\Pi(\varrho), \frac{c}{l}\,\mathrm{tg}\,\Pi(\varrho).$$

Теперь сличимъ уравненія прямолинейной и сферической тригонометріи.

Если мы сличимъ уравненія XXII a), b) и c) съ выраженіями, опредѣляющими тригонометрическія функціи въ зависимости отъ аргумента:

$$\sin x = \frac{e^{xi} - e^{-xi}}{2i}, \cos x = \frac{e^{xi} + e^{-xi}}{2}, \mathrm{tg}\,x = \frac{e^{xi} - e^{-xi}}{(e^{xi} + e^{-xi})i},$$

гдѣ $i = \sqrt{-1}$, то мы найдемъ:

$$\mathrm{tg}\,\Pi(z) = \frac{1}{i\sin\frac{z}{li}} \qquad \text{XXIV } a)$$

$$\cos\Pi(z) = i\,\mathrm{tg}\,\frac{z}{li} \qquad \text{XXIV } b)$$

$$\sin\Pi(z) = \frac{1}{\cos\frac{z}{li}}. \qquad \text{XXVI } c)$$

[Мы вездѣ замѣнили постоянную r прежней постоянной l, которой она равны].

Подставляя эти выраженія въ уравненія III, IV и V, находимъ:

$$\sin\frac{b}{li} = \sin\frac{c}{li}\sin B$$

$$\sin\frac{a}{li} = \sin\frac{c}{li}\sin A$$

$$\operatorname{tg}\frac{b}{li} = \sin\frac{a}{li}\operatorname{tg} B.$$

Сличая эти уравненения со слѣдующими уравненіями сферической тригонометріи:

$$\sin\frac{b}{R} = \sin\frac{c}{R}\sin B$$

$$\sin\frac{a}{R} = \sin\frac{c}{R}\sin A$$

$$\operatorname{tg}\frac{b}{R} = \sin\frac{a}{R}\operatorname{tg} B$$

мы видимъ, что *основныя уравненія прямолинейной тригонометріи въ геометріи Лобачевскаго можно получить изъ основныхъ уравненій сферической тригонометріи замѣняя величину* R *черезъ* li.

Изъ послѣдней группы уравненій развивается вся сферическая геометрія; при этомъ мы основываемся исключительно на свойствахъ тригонометрическихъ функцій. Такъ какъ эти свойства остаются справедливыми и для мнимыхъ значеній аргумента, то прямолинейная тригонометрія можетъ развиваться изъ основныхъ своихъ уравненій буквально тѣми же пріемами. Отсюда слѣдуетъ, что всякое уравненіе прямолинейной тригонометріи можно получить изъ соотвѣтствующаго уравненія сферической тригонометріи, мѣняя R на li.

Такъ, изъ трехъ уравненій:

$$\sin\frac{a}{R} : \sin A = \sin\frac{b}{R} : \sin B$$

$$\cos\frac{a}{R} = \cos\frac{b}{R}\cos\frac{c}{R} + \sin\frac{b}{R}\sin\frac{c}{R}\cos A$$

$$\cos A = -\cos B\cos C + \sin B\sin C\cos\frac{a}{R}$$

$$\operatorname{cotg}\frac{a}{R}\sin\frac{b}{R} - \operatorname{cotg} A\sin C = \cos\frac{b}{R}\cos C$$

мы получаемъ слѣдующія уравненія прямолинейной тригонометріи:

$$\sin\frac{a}{li} : \sin A = \sin\frac{b}{li} : \sin B$$

$$\cos\frac{a}{li} = \cos\frac{b}{li}\cos\frac{c}{li} + \sin\frac{b}{li}\sin\frac{c}{li}\cos A.$$

$$\cos A = -\cos B\cos C + \sin B\sin C\cos\frac{a}{li}$$

$$\cotg\frac{a}{li}\sin\frac{b}{li}-\cotg A\sin C=\cos\frac{b}{li}\cos C.$$

Или на основаніи установленныхъ выше соотношеній:

$$\cotg \Pi(a):\sin A=\cotg\Pi(b):\sin B$$

$$\sin\Pi(b)\sin\Pi(c)=\sin\Pi(a)[1-\cos\Pi(b)\cos\Pi(c)\cos A] \qquad \text{XIII}$$

$$\sin\Pi(a)[\cos A+\cos B\cos C]=\sin B\sin C \qquad \text{XXV}$$

$$\cos\Pi(b)-\cos\Pi(a)\sin\Pi(b)\cotg A\sin C=\cos\Pi(a)\cos C. \qquad \text{XXVI}$$

Первое изъ этихъ уравненій мы уже получили выше (см. ур. XIII и XIV).

Какъ и въ сферической тригонометріи можно составить по три уравненія вида XIII, XXV и XXVI и шесть уравненій вида XVII. Эти 15 уравненій рѣшаютъ задачу прямолинейной тригонометріи. Въ логариѳмическомъ видѣ они могутъ быть также получены изъ соотвѣтствующихъ уравненій сферической геометріи.

Три части, на которыя мы разбили основанія геометріи Лобачевскаго, соотвѣтствуютъ тѣмъ тремъ основнымъ моментамъ, которые на нашъ взглядъ рельефно выдѣляются въ его системѣ.

Лобачевскій отказывается отъ XI-го постулата и принимаетъ болѣе общее положеніе. Этимъ опредѣляется взаимное расположеніе основныхъ геометрическихъ образовъ въ пространствѣ, въ которомъ справедливы тѣ посылки, изъ которыхъ онъ исходитъ. Таковъ первый главный моментъ его геометріи.

Но геометрія, отъ которой Лобачевскій отказывается на плоскости, возраждается на предѣльной поверхности. Это—вторая основная идея Лобачевскаго. Правда, она является логическимъ слѣдствіемъ основнаго положенія; но по своей важности она выдвигается въ качествѣ второго главнаго момента его геометріи.

Съ сохраненіемъ системы Евклида удерживается могучее орудіе для дальнѣйшаго изслѣдованія. Геометрія Евклида снова дѣлается точкой отправленія геометріи и черезъ ея посредство устанавливаются метрическія соотношенія въ пространствѣ Лобачевскаго. Этимъ опредѣляется третій моментъ.

Дальнѣйшее развитіе геометрической системы не представляетъ уже затрудненій. Рѣшеніе наиболѣе важныхъ вопросовъ будетъ изложено въ слѣдующихъ главахъ.

В. Каганъ (Спб.).

(Продолженіе слѣдуетъ).

ПО ПОВОДУ ОТВѢТА

Я. Блюмберга на статью г. Флоринскаго: „Новый способъ составленія задачниковъ".

Въ № 194 „Вѣстника Оп. Физ. и Эл. Мат." г. Я. Блюмбергъ помѣстилъ нѣкоторыя возраженія по поводу перепечатки безъ всякаго позволенія съ моей стороны нѣсколькихъ задачъ изъ моего „Сборника геометрическихъ задачъ для учениковъ 7-го и 8-го кл. гимназій". Такъ какъ въ этой замѣткѣ г. Блюмбергомъ затронуто мое авторское самолюбіе, то я вынужденъ высказать нѣсколько существенныхъ, по моему мнѣнію, соображеній, касающихся какъ способа составленія сборниковъ задачъ вообще, такъ и моего сборника въ частности.

Каждый составитель „Сборника задачъ" долженъ прежде всего заботиться о томъ, чтобы его сборникъ не представлялъ ряда набранныхъ изъ разныхъ источниковъ задачъ; и хотя справедливо замѣчаніе г. Блюмберга: „всѣ наши познанія — результатъ взаимныхъ заимствованій"—но лишь слова „взаимныхъ заимствованій" никогда не слѣдуетъ понимать такъ, какъ ихъ понимаетъ г. Блюмбергъ. Дѣйствительно, въ противномъ случаѣ, благодаря этимъ „взаимнымъ заимствованіямъ" наша педагогическая литература на столько бы обѣднѣла, имѣла бы такой однообразный рядъ трудовъ, что, право, полезнѣе было бы, слѣдуя логикѣ г. Флоринскаго, составить по данной отрасли знанія „Сборникъ-попури", дабы какъ педагоги, такъ и въ особенности ученики могли найти въ этомъ „попури" все, что имъ нужно. Я полагаю, что если читатель станетъ на одну точку зрѣнія съ г. Блюмбергомъ относительно этихъ „взаимныхъ заимствованій", онъ непремѣнно придетъ къ подобному заключенію. Возьму для наглядности примѣръ. Положимъ, мы имѣемъ 10 сборниковъ по 100 задачъ въ каждомъ; пусть у каждаго автора своихъ, ни откуда не заимствованныхъ (этого г. Блюмбергъ совсѣмъ не признаетъ) задачъ только половина, т. е. 50; тогда одиннадцатому автору, задумавшему подарить педагогическую литературу подобнымъ же сборникомъ, принаровленнымъ къ тѣмъ-же требованіямъ, можно поступить слѣдующимъ образомъ: выписать всѣ вышедшіе до появленія его труда 10 сборниковъ „яко-бы для ознакомленія на предметъ введенія въ своемъ учебномъ заведеніи всѣхъ 10 сборниковъ" (какъ это сдѣлалъ г. Блюмбергъ, приславъ мнѣ письмо отъ 13 октября 1892 г., а также и г. Н. А. Рыбкину, который мнѣ объ этомъ писалъ отъ 3 апрѣля сего года) и, взявши у каждаго изъ авторовъ, любезно ему приславшихъ свой трудъ, тѣ лишь 50 задачъ, которыя составляютъ ихъ собственность, составить новый сборникъ, но уже изъ 500 задачъ. Это очень удобно, просто, скоро — ибо все дѣло „составленія" заключается лишь въ переложеніи условій, перестановкѣ буквъ, подстановкѣ цифръ и т. п. внѣшней отдѣлкѣ. Вотъ какъ удобно составить „попури" даже изъ 500 задачъ!!... Вотъ къ чему могутъ привести результаты „взаимныхъ заимствованій"! Вполнѣ справедливо замѣчаетъ г. Флоринскій, что „только лишь задачникъ можно такъ составить"... Положимъ, это такъ, но спрашивается, зачѣмъ и на какомъ основаніи попираетъ этотъ 11-ый авторъ литературное право каждаго

изъ десяти авторовъ? Зачѣмъ и за что бьетъ каждаго автора по самой больной его струнѣ? За что отнимаютъ отъ каждаго то, что ему и только ему лично принадлежитъ? За что вырываютъ средя бѣла дня, на глазахъ у всѣхъ у автора то, надъ чѣмъ, можетъ быть, онъ цѣлые часы просиживалъ, дабы хоть малую свою лепту внести на пользу юношества?

Наконецъ, даже больше,—за что, отнявши у автора ему лично принадлежащее, посылаютъ ему въ видѣ благодарности и утѣшенія привѣтствіе: „это вѣдь не ваше взято, а взятъ результатъ „взаимныхъ заимствованій“?! Да, это можетъ сдѣлать лишь тотъ, кому пользоваться безъ разрѣшенія чужимъ трудомъ кажется явленіемъ вполнѣ нормальнымъ, а слѣдовательно всякія возраженія противъ этого великаго зла—дикими, странными, даже „продуктами больной головы“.

Г. Блюмбергъ заявляетъ, что онъ не „избранникъ“... съ этимъ я вполнѣ согласенъ. Но заявленіе г. Блюмберга, что лишь „избранники создаютъ новое въ области задачъ“, по моему, не выдерживаетъ ни малѣйшей критики. Неужели для того, чтобы составить какую нибудь интересную задачу, надо быть „избранникомъ“? Для этого не надо быть „избранникомъ“, а лишь необходимо обладать нѣкоторой дозой желанія принести посильную лепту пользы своимъ трудомъ и поработать надъ задачей лишній часъ... Сколько лицъ помѣщаютъ въ каждомъ номерѣ „Вѣстника“ интересныя задачи! Неужели всѣ эти авторы — избранники? Если же нѣтъ—такъ неужели они берутъ задачи изъ какого-то „неизсякаемаго“ источника по „закону взаимныхъ заимствованій“? Гдѣ же здравый смыслъ этой „яко-бы истины“, которую проводитъ г. Блюмбергъ? Вотъ это-то обстоятельство, это замѣчаніе г. Блюмберга, что „лишь избранники создаютъ новыя задачи“, а такъ какъ ихъ нѣтъ, то труды всѣхъ въ области элементарныхъ задачниковъ суть „результаты взаимныхъ заимствованій“, глубоко оскорбляетъ меня, какъ автора.

Себя я избранникомъ не считаю, но на свой трудъ не смотрю, какъ на „результатъ взаимныхъ заимствованій“ и категорически заявляю это г. Блюмбергу... Съ моими-же, мною составленными, нѣкоторыми задачами г. Блюмбергъ „очень близко ознакомился“, перепечаталъ ихъ и, какъ только раздался голосъ, протестующій противъ подобнаго способа „взаимныхъ заимствованій“, онъ всталъ чуть не на дыбы! 1) Онъ привелъ цѣлый рядъ пособій, которыми онъ пользовался при составленіи своего сборника по „закону взаимныхъ заимствованій“ (о сихъ пособіяхъ „почему-то“ не счелъ нужныхъ заявить въ предисловіи сборника). 2) Заявилъ, что можно (sic!) выбирать составителю элементарнаго задачника изъ того или другого сочиненія „нѣкоторыя задачи, показавшіяся ему болѣе или менѣе интересными“ (не упомянувши объ этихъ сочиненіяхъ!). 3) По поводу замѣчанія г. Флоринскаго о буквальной перепечаткѣ моихъ задачъ и отвѣтовъ, счелъ необходимымъ указать, что это не согласно съ истиной.

Помилуйте, вѣдь онъ многія мои задачи излагалъ „своими словами“, сохраняя всѣ мои данныя, а тутъ вдругъ г. Флоринскій заявляетъ, что буквально перепечаталъ!!... Не угодно-ли сравнить?... У Сорокина въ отвѣтѣ дано $4a.\sqrt{r^2-a^2}.\,\mathrm{cs}^2\frac{\alpha}{2}$, а у него $S = 4a.\sqrt{r^2-a^2}.\,\mathrm{cs}^2\frac{\alpha}{2} = 2$ кв. м. и т. д. Гдѣ же тутъ буквальная перепечатка? Вѣдь у г. Блюм-

берга слѣва отвѣта Сорокина поставлено S, а справа и кв. метры и кв. децим., да еще два знака равенства!!... Или, напримѣръ, въ отвѣтѣ № 156 Сорокина и въ условіи дано R, а у г. Блюмберга въ № 183 дано *r*. Гдѣ же тутъ „буквальная" перепечатка? Какая гнусная ложь!!... Вѣдь это даже (слова г. Блюмберга) „невольно наводитъ на мысли, нелестныя для рецензента, долженствующаго знать, что тождественныя задачи всегда ведутъ къ тождественнымъ же результатамъ".

Такимъ образомъ г. Блюмбергъ ясно высказался: въ его сборникѣ „оказались" задачи, тождественныя съ моими, напечатанными въ первомъ изданіи еще въ 1892 году! Въ чемъ же заключается причина этого обстоятельства,—этой тождественности задачъ двухъ сборниковъ (о тождественности задачъ г. Блюмберга съ задачами г. Рыбкина я ужъ молчу), изъ которыхъ одинъ вышелъ въ свѣтъ на 1 годъ 4 мѣсяца позже другого? Навѣрно въ томъ, скажетъ читатель, что оба автора черпали въ изобиліи матеріалъ на основаніи „закона взаимныхъ заимствованій" изъ однихъ и тѣхъ же источниковъ... И такое заключеніе будетъ вполнѣ справедливо, если смотрѣть на дѣло съ точки зрѣнія г. Блюмберга. Но это заключеніе по отношенію къ моему труду несправедливо и непримѣнимо, такъ какъ я не признаю воззрѣній г. Блюмберга на чужой трудъ и считаю себя не вправѣ выбирать изъ чужого труда все то, что покажется „болѣе или менѣе интереснымъ", и выдавать за свое.

Я утверждаю: тождественныя съ моими задачи появились у г. Блюмберга единственно лишь потому, что онъ просто ихъ перепечаталъ, сдѣлалъ въ нѣкоторыхъ изъ нихъ „переложеніе своими словами", какъ это задается иногда ученикамъ, сдѣлалъ подстановку чиселъ вмѣсто данныхъ мною буквъ, а въ нѣкоторыхъ задачахъ (должно быть ужъ особенно интересныхъ!) даже и „переложенія" не потрудился сдѣлать.

Я это утверждаю потому, что эти задачи ни въ какихъ другихъ пособіяхъ онъ найти не могъ: эти задачи я самъ придумалъ. Я не находилъ нужнымъ при составленіи своего сборника прибѣгать къ какимъ либо иностраннымъ пособіямъ, я лишь имѣлъ подъ рукой учебники тригонометріи Н. Шапошникова и Малинина и геометріи Ю. Давидова; первый для того, чтобы оріентироваться въ выборѣ элементарныхъ задачъ, такъ сказать, азбуки задачъ планиметріи и стереометріи, а второй для того, чтобы освѣтить рядомъ задачъ тѣ отдѣлы геометріи, на которые почему-то мало обращалось вниманія (напр. относительное положеніе окружностей, круги вписанные и описанные относительно различныхъ фигуръ, поверхности и объемы тѣлъ вращенія и др.). Первое пособіе, которымъ я имѣлъ право пользоваться, не упоминая о немъ, дало мнѣ возможность составить рядъ элементарныхъ задачъ... Эта азбука, по моему, должна быть въ каждомъ сборникѣ и вотъ къ ней только и можетъ быть примѣнимъ „законъ взаимныхъ заимствованій", ибо азбука для всѣхъ должна быть одна... Вотъ, если бы г. Блюмбергъ перепечаталъ эту азбуку (хотя и въ ней я старался разнообразить данныя), понятно, дикимъ и страннымъ могло бы казаться чье-либо возраженіе: эта азбука всѣмъ принадлежитъ! Такихъ задачъ въ моемъ сборникѣ около 50; всѣ же остальныя 170—задачи мнѣ лично принадлежащія; задачи, на составленіе которыхъ много было затрачено труда и

времени; задачи, на которыя лишь я одинъ имѣю право... Вотъ изъ этого-то ряда задачъ г. Блюмбергъ нѣкоторымъ сдѣлалъ особую честь попастъ въ его сборникъ и сразу превратилъ ихъ въ задачи „тождественныя“.

Не понимаю, положительно отказываюсь постичь такое новое физическое (?) явленіе. Два субъекта составляютъ сборники задачъ: одинъ въ Кіевѣ, другой въ Ригѣ (про г. Рыбкина опять умалчиваю); выдумываютъ задачи: мысли ихъ однѣ и тѣ же, „подбираютъ данныя“ (впрочемъ для наглядности замѣчу, что одинъ-то раньше выдумывалъ, а другой годомъ позже началъ выдумывать), „комбинируютъ съ искомыми“, „измѣняютъ вопросъ“ (слова г. Блюмберга) и „невольно (?!) натыкается каждый на такія данныя, которыя приведены въ задачахъ той-же категоріи у другого“, и по очень простой, лишь г. Флоринскому непонятной (ну, какой онъ недогадливый!) причинѣ: „число вѣдь такихъ комбинацій весьма ограничено“... (А я сюда добавлю, что „число комбинацій ограничено“ лишь для того, кто глядитъ въ чужой готовый задачникъ, ибо этотъ послѣдній соблазняетъ по чужому и думать!). Въ силу этого, я просто удивляюсь г. Флоринскому (кажется, онъ заявилъ себя нѣкоторыми работами по физикѣ), какъ это онъ, не изслѣдовавъ возможности подобнаго „новаго“ явленія, захотѣлъ „заявить себя настроченіемъ злой критики и пользовался всякими благовидными и неблаговидными средствами“, и удостоился за сіе отъ г. Блюмберга многихъ нелестныхъ эпитетовъ (они, по моему, какъ-то не у мѣста въ ученомъ вопросѣ) и заявленія, что „кругозоръ г. рецензента повидимому не настолько широкъ (?!...), чтобы постичь возможное совпаденіе“ (т. е. тождественныхъ задачъ, считаемыхъ десятками!!) Вѣдь вотъ и въ данный моментъ, когда я печатаю 4-ое изданіе сборника, гдѣ добавлено 60 новыхъ задачъ, можетъ быть и въ Ригѣ происходятъ тѣ-же „комбинаціи данныхъ съ искомыми, мѣняются вопросы“ и т. д., однимъ словомъ совершается та-же метаморфоза моихъ задачъ въ „тождественныя“ имъ, и, когда выйдетъ 4-е изданіе моего сборника, могутъ появиться въ послѣдующихъ изданіяхъ г. Блюмберга опять „тождественныя“ задачи...

Я позволю себѣ какъ слѣдуетъ освѣтить это „новое“ явленіе, приведя нѣкоторыя данныя.

Г. Блюмбергъ письмомъ отъ 13 октября 1892 г. просилъ меня выслать для ознакомленія одинъ экземпляръ моего сборника на предметъ введенія его въ своей гимназіи. Сборникъ я, конечно, послалъ и уже отъ 20 ноября 1892 г. въ письмѣ г. Блюмберга удостоился получить утѣшеніе, что мой сборникъ труденъ для учениковъ гимназій и что для реальныхъ училищъ онъ можетъ служить весьма полезнымъ пособіемъ...

... Прошло болѣе года и уже въ январѣ текущаго 1894 г. я совершенно случайно узнаю отъ другихъ, что въ сборникѣ г. Блюмберга, появившемся въ концѣ 1893 года, помѣщенъ цѣлый рядъ задачъ, мнѣ лично принадлежащихъ... Когда я убѣдился, что это—печальная истина, меня осѣнила мысль, почему же г. Блюмбергъ мнѣ не прислалъ своего сборника? Вѣдь я ему свой безвозмездно посылалъ! Отвѣтомъ на этотъ вопросъ невольно напрашивалась одна русская прекрасная поговорка: „знаетъ кошка, чье она мясо съѣла“! Всякій пойметъ мое удив-

леніе и негодованіе! Когда же затѣмъ я обмѣнялся съ уважаемымъ Н. А. Рыбкинымъ письмами по поводу особой чести, оказанной нашимъ задачамъ, то оказалось, что и у Н. А. Рыбкина заимствовалъ г. Блюмбергъ безъ всякаго его разрѣшенія (письмо г. Рыбкина отъ 22 мая 1894 г.) 25 задачъ. Теперь же я просто никакъ не могу понять такого обстоятельства. Г. Блюмбергъ заявляетъ, что „по сохранившимся у него черновикамъ оказывается, что имъ позаимствовано изъ разныхъ источниковъ не болѣе 30 задачъ, отличающихся болѣе или менѣе интересными данными". Я утверждаю, что у меня заимствовано 39 задачъ, г. Рыбкинъ заявляетъ, что у него взято 25 задачъ... Каковъ бы ни былъ способъ Адама Ризе—а все-жъ 39 + 25 не будетъ 30!... Кромѣ того— причемъ же, въ такомъ случаѣ, остальные „почтенные" авторы, трудами которыхъ при составленіи сборника пользовался г. Блюмбергъ, ибо „чувство правдивости не позволяетъ ему этого отрицать" (его слова)... Предоставляя уже читателю рѣшать этотъ вопросъ, эту „новую" задачу сложенія, я съ своей стороны считаю долгомъ печатно заявить слѣдующее:

1) Тождественныя съ моими задачи г. Блюмберга — суть задачи мои, мнѣ только принадлежащія.

2) Я требую отъ г. Блюмберга, чтобы въ слѣдующемъ изданіи онъ выбросилъ задачи, заимствованныя у меня: я ему не разрѣшаю пользоваться моимъ трудомъ.

3) Предваряю г. Блюмберга не брать изъ имѣющаго выйти на дняхъ 4-го изданія „болѣе или менѣе интересныхъ задачъ" для своихъ послѣдующихъ изданій.

4) Если редакція „Вѣстника" найдетъ необходимымъ, въ слѣдующемъ же № номерѣ начнется подробное изложеніе заимствованныхъ у меня г. Блюмбергомъ задачъ съ подробными доказательствами*), ибо есть у меня много данныхъ, которыя наводятъ на крайне грустныя размышленія, и наконецъ

5) Неужели трудящійся на пользу юношества преподаватель не награжденъ правомъ литературной собственности? Неужели можно безнаказанно расхищать то, на что онъ, можетъ быть, положилъ лучшіе и дорогіе часы въ своей жизни? Неужели пользоваться чужимъ трудомъ лишь потому, что онъ показался „болѣе или менѣе интереснымъ", красиво? Неужели званіемъ учителя, званіемъ руководителя подростающаго поколѣнія настолько можно игнорировать, чтобы подавать этому „подростающему" поколѣнію нехорошій, соблазнительный примѣръ? Неужели забыты слова поэта:

„Живи и жить давай другимъ,
Но только не на счетъ другого"?

Не могу въ заключеніе не замѣтить, что не задолго до открытія моихъ задачъ въ сборникѣ г. Блюмберга, мнѣ прислалъ угрожающее письмо (отъ 1 сентября 1893 г.) кіевскій книгопродавецъ Іогансонъ

---

*) Дорожа мѣстомъ и полагая, что полемика по поводу задачника г. Блюмберга и безъ того заняла его достаточно, редакція „Вѣстника" не находитъ возможнымъ печатать подробно заимствованныхъ г. Блюмбергомъ у г. Сорокина задачъ, ибо это не представляетъ никакого интереса для большинства читателей нашего журнала.

Ред.

(издатель всевозможныхъ подстрочниковъ, рѣшеній задачъ и т. п.), которому я не сдѣлалъ желаемой имъ уступки; въ *письмѣ* онъ мнѣ грозитъ, что издастъ рѣшеніе моихъ задачъ, если я не соглашусь на требуемую имъ уступку!... Ну что тутъ дѣлать? Съ одной стороны угрозы Іогансона, съ другой стороны — заимствованія г. Блюмберга!... Гдѣ-же тутъ мѣсто спокойствію преподавателя, желающаго работать лишь на пользу юношества, а не для доставленія возможности другимъ ни за что, ни про что пользоваться безнаказанно его трудомъ?... Гдѣ же тутъ правда? Гдѣ тутъ право, когда все, чѣмъ живешь, къ чему стремишься такъ безнаказанно попирается г-дами Іогансонами и Блюмбергами?

Господа педагоги!... Во имя правды, во имя нарушеннаго права вашего труженика-товарища, откликнитесь!!. Вопросъ жгучій, вопросъ слишкомъ для всѣхъ трудящихся важный, чтобы его откладывать въ долгій ящикъ!...

Николай Сорокинъ (Кіевъ).

1 ноября 1894 года.

РЕЦЕНЗІИ.

Ѳ. Н. Шведовъ. Методика физики. Выпускъ I. Введеніе. Одесса, 1894 г., 31 стр., цѣна 45 коп.

Въ № 193 „Вѣстника Оп. Физики“ редакція пригласила читателей высказать свои мнѣнія о концентрическомъ и радіальномъ преподаваніи физики. Виновницей такого плебесцита является, безъ сомнѣнія, брошюра, изданная редакціей подъ вышеприведеннымъ заглавіемъ, ибо до ея появленія что-то не слышно было у насъ о необходимости дѣлить курсъ элементарной физики на три концентра, а теперь, судя по заявленію той-же редакціи, идетъ даже рѣчь о конкурсѣ на составленіе „концентрическаго“ учебника. При такой быстротѣ событій, „Методика“ проф. Шведова можетъ составить эпоху въ русской учебной литературѣ. Пожалуй, это можетъ даже случиться раньше, чѣмъ она будетъ окончена (если будетъ, въ чемъ я слегка сомнѣваюсь). Съ такой, но только съ такой, точки зрѣнія брошюра эта заслуживаетъ серьезнаго вниманія и оцѣнки.

Правда, книжка еле только начата, но, судя по заключительнымъ словамъ автора (§ 20), дальнѣйшее развитіе основной идеи концентровъ будетъ выполнено „соотвѣтственно указаннымъ (въ 1-омъ выпускѣ) основаніямъ“, слѣдовательно объ этихъ основаніяхъ, названныхъ въ томъ-же заключеніи „логическими“, позволительно высказаться и теперь, не ожидая выхода изъ печати самой „методики“.

Воздавая поэтому должную дань удивленія остроумію проф. Шведова, сумѣвшаго придать своему „Введенію“ высокій интересъ и оригинальность, я считаю себя въ правѣ подвергнуть разбору эту оригинальность на страницахъ того самаго журнала, который способствовалъ ея распространенію среди учащихъ и учащихся. Мало того: я считаю это даже своею обязанностью, точно такъ-же какъ и обязанностью ре-

дакціи предать чьи бы то ни было возраженія гласности, если въ этомъ вопросѣ она желаетъ сохранить за собою роль безпристрастнаго проводника чужихъ мнѣній. Въ дѣлѣ столь серьезномъ, какъ планъ „коренной реформы“ (§ 20) преподаванія физики, всѣ соображенія субъективнаго характера должны быть отложены въ сторону, всѣ личности должны быть обезличены, и вопросъ долженъ быть разсмотрѣнъ лишь по существу *).

Въ § 1 авторъ заявляетъ, что задача методики физики, какъ науки, должна заключаться „главнымъ образомъ въ выясненіи логическихъ основъ науки“. Это дѣйствуетъ весьма утѣшительно на читателя: не все, извѣстное ему изъ области физическихъ явленій, было имъ, быть можетъ, строго продумано, но теперь—онъ прочтетъ брошюру проф. Шведова, и все будетъ выяснено, все приведено въ порядокъ.

Сославшись въ § 2 на слова проф. Хвольсона для доказательства, что „методики физики еще не существуетъ“, авторъ приступаетъ къ ея созданію (§ 3) съ критическаго разбора опредѣленій физики, заимствованныхъ изъ нѣсколькихъ учебниковъ. Разборъ этотъ заканчивается упрекомъ всѣмъ составителямъ, что они „или вовсе не даютъ себѣ отчета о сущности физики, или имѣютъ объ этомъ предметѣ сбивчивое представленіе“. Жаль, что авторъ не указалъ болѣе опредѣленно, къ какой изъ этихъ двухъ категорій составителей учебниковъ онъ причисляетъ *Jamin'a*, *Wüllner'a*, *Pellat*, *Любимова* и пр., которыхъ только что цитировалъ.—Послѣ этого надежды читателя подымаются еще выше: онъ почти увѣренъ, что въ слѣдующихъ §§ найдетъ наконецъ, такое точное опредѣленіе физики, какого до сихъ поръ никто еще и придумать не смогъ.

Но уже съ § 5 начинается, если не полное разочарованіе, то во всякомъ случаѣ крайнее удивленіе читателя. Что же это такое? Онъ ждалъ философскихъ толкованій основъ науки, а ему преподносятъ какую-то низкопробную аристотелевщину, какую-то никому ненужную нынѣ игру словъ. Неужели въ этомъ и заключается методика физики?

Чтобы оцѣнить значеніе новой терминологіи проф. Шведова, остановимся на ней нѣсколько подробнѣе, какъ это ни скучно.

Назвавъ *дѣятелемъ* всякую внѣшнюю причину нашихъ чувственныхъ ощущеній и причисливъ къ таковымъ: *свѣтъ*, *звукъ*, *запахъ*, *вкусъ* и *теплоту*, съ чѣмъ еще можно мириться, авторъ присоединяетъ къ той же категоріи дѣятелей еще два: *силу* и *вещество*, потому что мы испытываемъ „совершенно особое ощущеніе“ при подыманіи тяжелой гири, которое называется *усиліемъ*, и потому что, прикасаясь къ веще-

---

*) Авторъ, пожелавшій скрыть свою фамилію подъ псевдонимомъ „*Безличный*“, безъ всякой надобности напоминаетъ намъ объ обязанности давать мѣсто возраженіямъ на статьи, печатаемыя въ нашемъ журналѣ. Каковы бы ни были наши личныя мнѣнія о брошюрѣ проф. Шведова и о присылаемыхъ намъ рецензіяхъ, мы во всякомъ случаѣ будемъ ихъ печатать, какъ и все прочее, относящееся къ разъясненію вопроса о методикѣ физики, помня, какъ и всегда, что при подобнаго рода научныхъ дебатахъ редакція дѣйствительно должна оставаться „безличною“.

Прим. редакціи.

ству, мы его *осязаемъ*. Подобно тому какъ дѣятель, соотвѣтствующій напр. зрѣнію есть свѣтъ, дѣятели, соотвѣтствующіе усилію и осязанію, суть сила и вещество. „Силой—категорически заявляетъ авторъ—называется все то, и только то, что способно вызвать въ васъ ощущеніе усилія“. Значитъ тяжесть моего тѣла, для меня лично, не есть сила, потому что не ощущаю отъ нея никакого усилія, а за то напр. книжка проф. Шведова—сила, потому что она есть тотъ внѣшній дѣятель, который вызвалъ во мнѣ „усиліе“ понять, что за охота была автору гоняться за такою оригинальностью.

Въ современныхъ учебникахъ физики, на первыхъ ихъ страницахъ, говорилось обыкновенно объ инертности вещества, объ его самонедѣятельности. Теперь, когда задумана „коренная реформа“, составителямъ новыхъ учебниковъ по плану проф. Шведова, прійдется въ первомъ концентрѣ тщательно избѣгать понятія объ инерціи и говорить учащимся, что вещество, напротивъ, есть *дѣятель*, и что его дѣятельность воспринимается нами именно какъ осязаніе. Задача, ожидающая авторовъ такихъ новыхъ учебниковъ, признаюсь, не кажется мнѣ легкою, и конкурсъ тутъ положительно необходимъ для поощренія. Такъ, напр., легко-ли будетъ втолковать учащимся, что хотя они могутъ только осязать *вѣтеръ*, а не самый *воздухъ*, надо однакожъ говорить, что не *вѣтеръ* есть вещество, а *воздухъ*, а то, хоть первое и логичнѣе съ точки зрѣнія даннаго опредѣленія вещества, но за такую логику можно схватить двойку на экзаменахъ.

Еще труднѣе будетъ объяснить, что если мы подозрѣваемъ существованіе такого *нѣчто*, что въ дѣйствительности на наше осязаніе не дѣйствуетъ, какъ напр., свѣтовой эѳиръ, то все же это „нѣчто“ слѣдуетъ, по примѣру проф. Шведова, называть, хотя и *гипотетическимъ*, но *веществомъ* (§ 5 и § 15). Тутъ необходимо будетъ придумать такую остроумную игру словъ, чтобы учащемуся и въ голову не пришло спросить: почему же мы называемъ эѳиръ веществомъ, когда въ гипотезѣ объ его существованіи ему не приписывается способность дѣйствовать на наше осязаніе“. Ради послѣдовательности, не лучше ли ужъ было бы причислить этотъ эѳиръ къ какимъ нибудь другимъ дѣятелямъ, но не къ веществу?

Въ § 6, перечисливъ еще разъ свои дѣятели: свѣтъ, звукъ, теплота, запахъ, вкусъ, усиліе (? — вѣроятно это опечатка, потому что въ предыдущемъ § было не „усиліе“ а „сила“) и вещество, авторъ считаетъ читателя достаточно уже подготовленнымъ къ оцѣнкѣ всей точности новаго опредѣленія физики, которое и выписывается курсивомъ: *„физика есть та отрасль естествознанія, которая изучаетъ дѣятелей, служащихъ единственными посредниками между нашими ощущеніями и остальною природою“*.

Какъ же называются, спросите вы вѣроятно, тѣ отдѣлы физики, въ которыхъ изучаются дѣятели запахъ и вкусъ? Не знаю; обратитесь за отвѣтомъ къ автору. Какъ же называется та отрасль естествознанія, которая изучаетъ явленія электрическія и магнитныя, если таковыя къ физикѣ не относятся? Тоже не знаю; вѣроятно проф. Шведовъ выдѣлитъ когда нибудь изученіе этихъ явленій въ особую науку о такихъ дѣятеляхъ, которые не служатъ посредниками между нашими ощуще-

ніями и остальною природою, а быть можетъ и распредѣлитъ концентрически эти явленія по отдѣламъ новой физики: электрическую искру —отнесетъ къ оптикѣ, трескъ—къ акустикѣ, притяженія и отталкиванія—къ механикѣ и т. д. Не могу также отвѣтить на вопросъ, можно-ли будетъ отнести къ новой физикѣ изученіе ультра-фіолетовой части спектра; вѣроятно нѣтъ, ибо за-фіолетовые лучи, не будучи ни свѣтомъ, ни теплотою, ни запахомъ, ни вкусомъ, ни силою, ни матеріею, не могутъ быть причислены eo ipso къ дѣятелямъ, и потому этотъ кусочекъ спектра прійдется перечислить цѣликомъ въ химію.

Въ § 7 авторъ опять возвращается къ столь понравившемуся ему *усилію* и самъ дѣлаетъ безполезное усиліе создать новую теорію эмпиризма понятія о *пространствѣ*. Онъ говоритъ: „мы можемъ сокращать мышцы также по произволу, при отсутствіи внѣшней силы; при этомъ мы не чувствуемъ того, что называется усиліемъ. Тѣмъ не менѣе мы сознаемъ, что сокращаемъ мышцы, т. е. испытываемъ особое ощущеніе. И такъ какъ это ощущеніе отличается отъ усилія (свѣта, звука и т. д.), то и представленіе ему соотвѣтствующее принимаетъ своеобразный характеръ. Мы называемъ его представленіемъ о *перемѣщеніи*". Очень смѣло, но и не менѣе туманно! *Сознавать* какое нибудь волевое движеніе мышцъ—то же, что *испытывать* особое *ощущеніе?* И почему авторъ не доказываетъ, что сознаніе такого движенія доступно намъ *ранѣе* сознанія его цѣлесообразности? Размахивающій безъ толку руками новорожденный младенецъ можетъ-ли имѣть уже представленіе о перемѣщеніи, не имѣя еще представленія о пространствѣ? Если авторъ не дастъ намъ такого доказательства, не приведетъ неоспоримыхъ фактовъ въ пользу своего мнѣнія, будто идея *перемѣщенія* примитивнѣе идеи *пространства*, то всѣ мы останемся при прежнемъ своемъ мнѣніи, т. е. будемъ считать понятіе о пространствѣ *основнымъ*, а о перемѣщеніи—*производнымъ*, а не наоборотъ, какъ онъ этого хочетъ; точно также какъ изъ двухъ понятій *усиліе* и *сила* не соглашаемся признать второе (основное) зависимымъ отъ перваго (производнаго).—Замѣчу еще, что если бы сознаніе перемѣщенія могло быть намъ доступно помимо ранѣе составившагося представленія о пространствѣ, то какимъ необъяснимымъ противорѣчіемъ законовъ природы казалось бы намъ то, что, сознавая будто бы (по мнѣнію проф. Шведова) перемѣщеніе частей внутреннихъ своихъ мышцъ, мы вмѣстѣ съ тѣмъ лишены вовсе возможности сознавать перемѣщеніе всего своего тѣла, когда внѣшнія чувства бездѣйствуютъ. Быть можетъ, и есть животныя, надѣленныя отъ природы особымъ органомъ для воспріятія перемѣщенія, но проф. Шведовъ напрасно старается надѣлить такимъ органомъ и человѣка, и какъ бы онъ категорически не заявлялъ, что „мускулъ есть единственный источникъ понятія о пространствѣ", этимъ онъ еще не докажетъ, что мускулъ этотъ есть именно такой органъ.

Въ такой же мѣрѣ неудачна и вторая философская попытка автора свести зарожденіе понятія о *времени* къ ощущенію *утомленія*. Онъ говоритъ, что свойство нашихъ органовъ чувствъ утомляться „служитъ основой для составленія понятія о времени", и далѣе: „для оцѣнки продолжительности служитъ представленіе о степени утомленія (теперь или) нѣкогда нами испытаннаго. Безъ этого представленія, *то есть* (курсивъ нашъ) при абсолютномъ однообразіи или отсутствіи ощущеній,

мы не могли бы отличить минуты отъ вѣчности". Не трудно видѣть, что слова „то есть" подверглись здѣсь злоупотребленію. Что мы бы не отличали минуты отъ вѣчности (если бы могли существовать вѣчно) при абсолютномъ однообразіи или отсутствіи ощущеній, въ этомъ, кажись, никто не сомнѣвается; но чтобы такое абсолютное однообразіе или отсутствіе ощущеній было равносильно отсутствію въ насъ представленія объ утомленіи,—это еще вопросъ спорный, и даже очень. Мы бы не имѣли тогда никакого понятія объ утомленіи чувствъ, но это было бы лишь *слѣдствіемъ* отсутствія или однообразія ощущеній, параллельнымъ отсутствію въ насъ понятія о времени, а не причиной нашей неспособности различать время. И наоборотъ: ощущеніе утомленія *можетъ быть* слѣдствіемъ смѣны раздраженій, но можетъ и не быть; оно является лишь возможностью, а не необходимостью, потому что не всякая смѣна внѣшнихъ ощущеній влечетъ за собою внутреннее ощущеніе утомленія. Для зарожденія различія между *прежде* и *послѣ* достаточно уже одной смѣны раздраженій, какъ бы она ни была кратковременна сама по себѣ; но развѣ одна такая смѣна должна обязательно сопровождаться и ощущеніемъ утомленія? Если же это слово въ данномъ случаѣ надо понимать ни какъ настоящее мускульное (или нервное) утомленіе, а какъ какое-то особое, неутомительное утомленіе, вызываемое каждою смѣною раздраженій, то незачѣмъ это слово и вводить, какъ совершенно лишнее и ничего новаго для анализа понятія о времени не дающее.—Оригинально еще, что авторъ, упоминая о *памяти*, помогающей намъ прійти къ составленію понятій о времени, забываетъ, повидимому, что *вспомнить* что либо, хотя бы и утомленіе, т. е. представить себѣ то, что *было*, не могъ бы еще тотъ, кто не различаетъ прошедшаго отъ настоящаго.

Покончивъ такимъ образомъ съ философіей пространства и времени (ровно на двухъ страницахъ), авторъ возвращается въ § 8 къ физикѣ и опять упражняется въ придумываніи курьезовъ. Онъ называетъ: „физическимъ тѣломъ ту часть пространства (!), которое наше воображеніе связываетъ съ существованіемъ физическаго дѣятеля". Итакъ, напр., магнитое поле есть физическое тѣло, потому что наше воображеніе связываетъ занимаемое такимъ полемъ пространство съ существованіемъ нѣкоторыхъ силъ (т. е. физическихъ дѣятелей). „Непроницаемость не есть *свойство* (курсивъ автора), а логическое слѣдствіе, вытекающее изъ связи между дѣятелемъ и пространствомъ, установленной апріористически", а именно вотъ какъ: „такъ какъ въ извѣстномъ объемѣ немыслимо помѣстить болѣе такого же объема, то (!) совмѣщеніе двухъ физическихъ тѣлъ въ одной и той-же части пространства *логически* (курсивъ автора) невозможно". Что хотѣлъ авторъ установить такой логикой—не берусь судить, знаю только, что, принявъ его опредѣленіе физическаго тѣла и, вмѣстѣ съ нимъ, его непроницаемость, нельзя понять такой даже простой, напр., вещи, какъ музыка въ освѣщенной комнатѣ, т. е. совмѣщеніе двухъ его дѣятелей: звука и свѣта.—Вслѣдъ за тѣмъ авторъ противорѣчитъ самъ себѣ и говоритъ, что „ежедневный опытъ научаетъ насъ, что всякое физическое тѣло, къ какому бы роду дѣятелей мы его не относили, оказывается способнымъ дѣйствовать на осязаніе". Стало быть, если опытъ научилъ насъ, что изъ всѣхъ дѣятелей, занимающихъ пространство, только одно *вещество* способно обра-

зовать физическія тѣла, потому что оно одно дѣйствуетъ (по автору), на осязаніе, то какая надобность была приводить выше такое несогласное съ опытомъ опредѣленіе физическаго тѣла"? Точно также позволю себѣ спросить, кому нужна такая напр. игра словъ: „*скважность* не есть общее свойство тѣлъ, а необходимая поправка къ апріористическому представленію о непрерывности физическихъ тѣлъ"? Если такая поправка *необходима*, то эта необходимость откуда нибудь да вытекаетъ. Если изъ опыта, то значитъ тѣла въ дѣйствительности не непрерывны, и мы имѣемъ такое-же право назвать ихъ общимъ свойствомъ скважность, какъ и вещественность. Если не изъ опыта, а лишь à priori, то терминомъ *скважность* мы условно выражаемъ нѣкоторую физическую гипотезу, по смыслу которой всѣ тѣла не непрерывно выполняютъ занимаемое ими пространство. Слѣдовательно и въ этомъ случаѣ скважность окажется общимъ, хотя и гипотетическимъ свойствомъ тѣлъ.

Въ томъ же замѣчательномъ § авторъ даетъ еще новое опредѣленіе *явленія:* „все, что связывается въ нашемъ умѣ съ идеей о времени, называется *явленіемъ*". Значитъ, напр. бытье, существованіе — есть явленіе, по новой терминологіи. У ученика испортились часы и остановились, и онъ помнитъ, что это случилось вчера. Какъ называется такое явленіе, которое началось съ момента порчи часовъ? — спроситъ онъ.

Желая быть послѣдовательнымъ, авторъ классифицируетъ явленія по дѣятелямъ. Такимъ образомъ явленія бываютъ: свѣтовыя, звуковыя, тепловыя, и пр. и механическія. А какъ же называются тѣ явленія, которыя обусловливаются послѣднимъ изъ дѣятелей — веществомъ? Надо было быть послѣдовательнымъ до конца и создать еще *вещественныя* явленія. Это и были бы недостающія явленія бытья.

Далѣе говорится, что перемѣна мѣста, занимаемаго дѣятелемъ, называется: для вещества—*движеніемъ*, для силы—*передачей*, для свѣта, звука и теплоты—*распространеніемъ*.—Завидую тѣмъ, которые поймутъ цѣль автора этихъ опредѣленій, надѣлившаго не только свѣтъ, звукъ и теплоту, но даже и силу свойствомъ занимать и мѣнять мѣсто въ пространствѣ.

Затѣмъ авторъ, все въ томъ же злополучномъ § 8, окончательно запутывается въ своей терминологіи и въ каждой почти новой фразѣ даетъ матеріалъ для оцѣнки искусственности и ненаучности его системы. Такъ, онъ говоритъ: „то явленіе, которое производится даннымъ дѣятелемъ, есть его дѣйствіе или эфектъ". Это невѣрно, конечно, ибо явленіе не есть дѣйствіе, а лишь результатъ дѣйствія. Не само дѣйствіе, а только тотъ либо другой его результатъ подлежатъ нашимъ наблюденіямъ. Какъ напр. дѣйствуетъ сила тяжести на кусокъ дерева, — мы вовсе не знаемъ, и наблюдаемымъ ея эфектомъ можетъ быть тотъ либо другой результатъ этого таинственнаго дѣйствія: кусокъ этотъ, смотря по обстоятельствамъ, можетъ или падать внизъ на землю, или всплывать вверхъ къ свободной поверхности воды, или производить давленіе на другое тѣло. Если такъ, то опять таки будетъ невѣрно сказать, какъ проф. Шведовъ, что „совокупность всѣхъ эфектовъ, которые можетъ произвести данный дѣятель, опредѣляетъ его производительную способность или *энергію*". Что же, развѣ энергія силы тяжести, дѣйствующей на этотъ кусокъ дерева, опредѣляется суммою эфектовъ его паденія, всплыванія и давленія? Если же „совокупность" всѣхъ эфек-

товъ надо здѣсь понимать иначе, то слѣдовало разъяснить, какъ именно, такъ какъ въ приведенной фразѣ нѣтъ рѣшительно ничего, что уясняло бы энергію *положенія.*

Безличный.

(*Окончаніе слѣдуетъ*).

ЗАДАЧИ.

№ 114). Въ геометрической прогрессіи, которой первый членъ равенъ единицѣ, а знаменатель есть выбранное наудачу цѣлое положительное число, берутъ наудачу нѣсколько начальныхъ членовъ. Какъ велика вѣроятность предположенія, что сумма взятыхъ членовъ есть число кратное двадцати пяти?

С. Шатуновскій (Одесса).

№ 115. Если неизвѣстное число умножить послѣдовательно на каждый изъ десяти первыхъ членовъ ариѳметической прогрессіи, коей и первый членъ и разность равны тремъ, то получаются такія произведенія, что единицы ихъ представляютъ натуральную убывающую ариѳметическую прогрессію; если же въ этихъ произведеніяхъ отбросить единицы, то полученныя числа составятъ возрастающую ариѳметическую прогрессію, коей разность есть 22. Найти неизвѣстное число.

В. Новиковъ (Троицкъ).

№ 116. Не пользуясь извѣстной теоремой въ теоріи трансверсалей, показать, что прямыя, соединяющія точки касанія внутри вписаннаго въ треугольникъ круга съ противоположными вершинами, пересѣкаются въ одной точкѣ.

Н. Николаевъ (Пенза).

№ 117. Показать геометрически, что если AD есть высота треугольника ABC, H — его ортоцентръ, J — центръ и r — радіусъ круга вписаннаго, то

$$\overline{JH}^2 = 2r^2 - AH.DH.$$

(Заимств.) *Г. Легошинъ* (с. Знаменка).

№ 118. Данъ равносторонній треугольникъ ABC. На сторонѣ его AB отъ точки A отложенъ отрѣзокъ $AD = {}^a/_m . AB$, на сторонѣ BC отъ точки B отложенъ отрѣзокъ $BE = {}^b/_m . BC$, и на сторонѣ CA — отрѣзокъ $CF = {}^c/_m . AC$. Найти отношеніе площади треугольника DEF къ площади треугольника ABC.

А. Бачинскій (Холмъ).

№ 119. Рѣшить систему уравненій:

$$x + y + z + t = n,$$
$$ax + by + cz + dt = n^2,$$
$$a^2x + b^2y + c^2z + d^2t = n^3,$$
$$a^3x + b^3y + c^3z + d^3t = n^4.$$

П. Свѣшниковъ (Троицкъ).

*) Звѣздочкой мы будемъ отмѣчать болѣе трудныя задачи. *Ред.*

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 40 (3 сер.). Показать, что выраженіе

$$3^{2n+1}+40n-67$$

дѣлится на 64 безъ остатка.

1. Такъ какъ при $n=0$ данное выраженіе очевидно дѣлится на 64, то, чтобы показать, что оно дѣлится на 64 при $n=1, 2, 3, \ldots,$ достаточно доказать, что разность между выраженіемъ, получающимся изъ даннаго замѣной n на $n+1$, и даннымъ дѣлится на 64. Эта разность есть

$$3^{2n+1}(3^2-1)+40=8(3^{2n+1}+5)=8\,(3.9^n+5)=$$
$$=8[3(8p+1)+5]=8\,(3.8p+3+5)=64\,(3p+1),$$

гдѣ p есть цѣлое число.

2. Данное выраженіе дѣлится на 64, если дѣлится выраженіе

$$3^{2n+1}+40n-3=3\,(9^n-1)+40n.$$

Дѣля 9^n-1 на $8=9-1$ въ частномъ получимъ

$$9^{n-1}+9^{n-2}+\cdots+9^2+9+1,$$

а такъ какъ каждое изъ n слагаемыхъ этой суммы состоитъ изъ числа, кратнаго 8, и единицы, то вся сумма можетъ быть представлена въ видѣ

$$8q+n,$$

гдѣ q есть цѣлое число. Поэтому

$$3(9^n-1)=3.8(8q+n)=3.64q+24n,$$

и

$$3(9^n-1)+40n=3.64q+64n.$$

3. Представивъ данное выраженіе въ видѣ

$$3(8+1)^n+40n-67,$$

разлагаемъ $(8+1)^n$ по биному Ньютона:

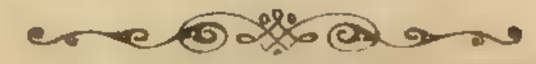
$$3[8^n+n8^{n-1}+\frac{n(n-1)}{1.2}8^{n-2}+\cdots+\frac{n(n-1)}{1.2}8^2+n.8+1]+40n-67.$$

Такъ какъ всѣ члены, находящіеся въ скобкахъ, до $\frac{n(n-1)}{1.2}8^2$ включительно, дѣлятся на 64, то задача сводится къ доказательству дѣлимости выраженія

$$3(8n+1)+40n-67=64(n-1),$$

которое, очевидно, дѣлится на 64 безъ остатка.

А. Варенцовъ (Ростовъ н. Д.); *С. Бабанская* (Тифлисъ).



Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Дозволено цензурою. Одесса, 25-го Ноября 1894 г.

„Центральная типо-литографія", уг. Авчинникова пер. и Почтовой ул., д. Болгарова.

описываетъ главнѣйшіе вулканы и вулканическія изверженія. Оказывается, что въ Японіи 129 вулкановъ (считая и потухшіе), которые распредѣляются такъ: на Курильскихъ островахъ 23 (16 дѣйствующихъ), на Іезо 28 (11 дѣйст.), въ центральной и южной частяхъ 78 (24 дѣств.). Вулканическая дѣятельность особенно сильна была между 1780 и 1800 гг.—Подвергнуты изслѣдованію также горныя породы, изъ которыхъ состоятъ вулканы; это большей частью андезиты съ сильнымъ магнитнымъ дѣйствіемъ. Проф. Mendenhall опредѣлилъ напряженіе тяжести на вершинѣ Fujiyama, самаго высокаго изъ вулкановъ (3787 м.); оказалось $g=9{,}7886$ м., что даетъ для плотности горы цифру 2,18.—Sekiya и Kikuchi изслѣдовали сильное изверженіе Bandai-San; это изверженіе (безъ лавы) состояло только изъ камней и горныхъ породъ, выброшенныхъ напоромъ паровъ, причемъ извергнутая масса=1,21 куб. кил. Названный вулканъ почти бездѣйствовалъ болѣе 1000 лѣтъ. Сочиненія вышеуказанныхъ ученыхъ содержатъ массу минералогическихъ, микроскопическихъ и химическихъ изслѣдованій.—Практическимъ слѣдствіемъ всѣхъ этихъ теоретическихъ изслѣдованій было назначеніе министромъ народнаго просвѣщенія комиссіи для изысканія типа построекъ, наиболѣе способныхъ сопротивляться разрушительному дѣйствію землетрясеній. Результаты этихъ изслѣдованій изложены Д. Мильномъ.—Наконецъ сейсмол. общество задалось вопросомъ, нельзя-ли утилизировать внутреннюю теплоту земли, такъ какъ температуру плавленія горныхъ породъ въ нѣкоторыхъ мѣстахъ можно встрѣтить очень близко отъ поверхности земли.

Observations de la planète Mars faites à l'Observatoire de Juvisy. *C. F.* Наблюденія Antoniadi съ 11 авг. по 7 сент., наблюденія Moreux съ 6 по 9 сент. и другія. 31 іюля въ наклоненномъ къ намъ южномъ полушаріи было солнцестояніе (лѣтнее). Снѣга въ ю. полярной части быстро таютъ; 15 сентября они занимали только 8°; оновременно съ этимъ быстро возрастаетъ площадь, занятая снѣгами въ с. полушаріи (27 августа она простиралась до 50° ареоцентрической широты).

Sur la chute des bolides et aérolithes tombés derniérement en Grèce. *C. Maltézos.* 19 іюля около полудня въ ЮВ части Пелопонеза и на о. Критѣ было обильное паденіе болидовъ и аэролитовъ. Нѣкоторые изъ нихъ поражали своей величиной (до 2 мет.) и страннымъ движеніемъ (внезапная остановка и перемѣна направленія).

L'absence d'air autour de la Lune. Англійскій ученый *B. Ball* слѣдующимъ образомъ объясняетъ отсутствіе атмосферы на лунѣ. Согласно кинетической теоріи газовъ частицы ихъ движутся съ весьма большой скоростью; наибольшей *средней* скоростью обладаютъ частицы водорода—1800 м. въ сек., причемъ нѣкоторыя частицы могутъ достигать гораздо большей скорости. Съ другой стороны вычислили, что тѣло, брошенное съ луны со скоростью 1609 м. обратно не вернется; поэтому, если-бъ и была на лунѣ атмосфера изъ кислорода и азота, то тѣ изъ частицъ, лежащихъ въ высшихъ слояхъ атмосферы, которыя обладаютъ скоростью болѣе 1609 м., должны были-бы улетѣть, уступая свое мѣсто другимъ, которыя въ свою очередь мало по малу разлетѣлись-бы. — На землѣ этого не можетъ случиться, благодаря ея массѣ, позволяющей удержать въ сферѣ своего притяженія тѣло, брошенное со скоростью около 10 кил. въ сек., а такой скорости частицы кислорода и азота, кажется, никогда не достигаютъ.

L'air liquide. Въ холодной лабораторіи Пиктэ температура—200° получается такъ сказать тремя скачками: 1) температуру—100° можно получить, испаряя смѣсь жидкой углекислоты съ сѣрнистой кислотой; 2) сгущая въ средѣ съ—100° закись азота или этиленъ, перегоняя эти тѣла въ жидкомъ видѣ въ другой сосудъ и сильно уменьшая давленіе въ немъ, можно эти жидкости заморозить и получить температуру—150°; 3) сгущая въ этой средѣ чистый кислородъ, азотъ, окись углерода, болотный газъ или, наконецъ, воздухъ и испаряя ихъ при низкомъ давленіи въ другомъ сосудѣ, можно получить—210°. На практикѣ эти низкія температуры измѣряются съ помощью термометровъ со спиртомъ или сѣрнымъ эѳиромъ, термометры же эти предварительно вывѣряются по водородному термометру (водородъ при давленіи 400 mm. ртути). Въ лабораторіи Пиктэ есть 4 отдѣленія: въ первомъ низкими темп. пользуются для очистки химическихъ и фармацевтическихъ препаратовъ, во второмъ—для синтеза химическихъ тѣлъ, въ третьемъ изучаютъ измѣненія физическихъ свойствъ тѣлъ, въ 4—изучаютъ физіологическія дѣйствія низкихъ температуръ. Изъ физическихъ изслѣдованій интересны слѣдующія: 1) Paalzow и Пиктэ изучали законы сцѣпленія замороженной ртути, наблюдая колебанія ртутнаго діапазона при—100° и—150°. (Замороженная ртуть принимаетъ видъ кристалловъ, напоминающихъ папоротникъ). 2) Обнаружена замѣчательная аналогія между красными лучами свѣта

и тепловыми колебаніями эѳира при низкихъ темп.: красные лучи легче другихъ проходятъ черезъ атмосферу и съ другой стороны тепловыя колебанія эѳира при низкихъ темп. проходятъ черезъ тѣла почти безъ сопротивленія, такъ что холодильникъ при—110° нагрѣвается черезъ лучеиспусканіе одинаково быстро, будетъ ли онъ окруженъ слоемъ ваты, шерсти или дерева въ 2 сант., 10 или 50 сантим.

Nouvelles de la science. Variétés.

К. Смоличъ (Умань).

БИБЛІОГРАФИЧЕСКІЙ ЛИСТОКЪ

НОВѢЙШИХЪ РУССКИХЪ ИЗДАНІЙ.

Поповъ, Мих. Лук., д-ръ медиц. Общій методъ выпрямленія кривыхъ линій второго порядка и алгебраическое выраженіе длины какой либо части ихъ. Спб. 1894.

Семека. Диктовки, статьи для чтенія и изложенія, ариѳметическія задачи. Матеріалъ для устныхъ и письменныхъ испытаній въ начальныхъ училищахъ. Изд. 2-е, дополненное, книгопр. Н. Карбасникова. Спб. 1894. Ц. 40 к.

Стронскій, Р. Р., капит. 1-го ранга. Вопросы мореплаванія въ метеорологическомъ отношеніи (Изъ записокъ крымскаго горнаго клуба). Одесса. 1894.

Faye, H. (Фэйе). Происхожденіе міра (Sur l'origine du monde). Космогоническія теоріи, древнія и современныя, критика гипотезы Лапласа и собственная теорія автора. Съ добавленіемъ: космогоническія гипотезы (Les hypothèses cosmogoniques) К. Вольфа. Переводъ со 2-го дополненнаго изданія. Изд. 2-е, книгопр. В. Губинскаго. Спб. 1894. Ц. 1 р. 35 к.

Бѣликовъ, С. Полный курсъ военной топографіи по программѣ военныхъ училищъ, со значительными дополненіями внѣ ея. Изд. 5-е, исправл. и дополненное. Съ чертеж. въ текстѣ. Москва. 1894. Ц. 2 р. 25 к.

Голицынъ, Б. Б. Объ электростатической энергіи. Изд. московск. математич. общества (Математическій Сборникъ, т. XVII). Москва. 1894.

Гольденбергъ, А. И. Сборникъ задачъ и примѣровъ для обученія начальной ариѳметикѣ, въ 2-хъ выпускахъ. Вып. I. Задачи и примѣры на числа первой сотни и на простѣйшія дроби. Изд. 20-е Д. Полубояринова. Спб. 1894. Ц. 15 к.

— Вып. II. Задачи и примѣры на числа любой величины. Изд. 18-е Д. Полубояринова. Ц. 15 к.

Грачевъ, М. А. Наблюденія персеидъ на казанской астрономической обсерваторіи (Труды астрономической обсерваторіи Имп. казанскаго университета, издаваемые проф. Д. И. Дубяго). Казань. 1894.

Евтушевскій, В. А. Сборникъ ариѳметическихъ задачъ и численныхъ примѣровъ для приготовительнаго и систематическаго курса. Первая часть—цѣлыя числа. Изд. 48-е Д. Полубояринова Спб. 1894. Ц. 35 к.

Игнатовичъ-Завилейскій, В. В. Электрическій трамвай въ Кіевѣ. Публичная лекція, прочитанная 29 марта 1894 года. Кіевъ. 1894. Ц. 1 р. 20 к.

Извѣстія физико-математическаго общества при Имп. казанскомъ университетѣ. Вторая серія. Томъ IV. № 2. Казань. 1894.

Львовичъ-Кострица, А. І. Тьма, или о томъ, что произошло бы на землѣ, если бы потухло солнце. Разсказъ. Изд. 2-е. М. Ледерле и К° (Библіотека нашего юношества. Выпускъ III). Спб. 1894.

Наблюденія метеорологической обсерваторіи университета св. Владиміра въ Кіевѣ, издаваемыя проф. П. И. Броуновымъ. Ноябрь. 1893 (Отт. изъ университетскихъ извѣстій за 1894 г.). Кіевъ. 1894.

Научные результаты путешествій Н. М. Пржевальскаго по центральной Азіи. Изданные на средства, пожалованныя Его Императорскимъ Высочетвомъ Государемъ Наслѣдникомъ Цесаревичемъ Николаемъ Александровичемъ Имп. Академіею Наукъ. Томъ II. Птицы. Обработалъ Ѳ. Д. Плеске. Вып. 3. Спб. 1894. Ц. 3 р.

БИБЛІОГРАФИЧЕСКІЙ ЛИСТОКЪ

НОВѢЙШИХЪ РУССКИХЪ ИЗДАНІИ.

Диллей, Ф. Самоучитель фотографіи. Теорія и практика фотографическаго искусства. Переводъ подъ ред. и съ дополненіями В. Буринскаго. Съ 35 рис. (Полезная библіотека). Спб. 1894. Ц. 50 к.

Дневникъ общества врачей при Имп. казанскомъ университетѣ. 1894. Вып. I. Казань. 1894.

Записки новороссійскаго общества естествоиспытателей. Томъ XVIII. Выпускъ II. Одесса. 1894.

Корню, А. Взаимное соотношеніе явленій статическаго и динамическаго электричества и опредѣленіе электрическихъ единицъ. Пер. съ франц. И. Пламеневскаго. Къ столѣтію открытія гальваническаго тока. (1794—1894). Тифлисъ. 1894. Ц. 20 к.

Кошельковъ, К. Предварительный курсъ физики въ объемѣ среднихъ учебныхъ заведеній. Со многими политипажами въ текстѣ. Изд. 3-е книж. магазина В. Думнова. Спб. 1895. Ц. 2 р. 50 к.

Парвиль, Г. Астрономія въ вопросахъ и отвѣтахъ. Переводъ подъ ред. и съ предисловіемъ проф. Спб. университета С. П. фонъ-Глазенапа. Съ 20 рис. и чертеж. (Полезная библіотека). Спб. 1894. Ц. 50 к.

Фигье, Л. Подъ водою (Исторія водолазнаго дѣла и подводнаго плаванія). Переводъ подъ ред. и съ дополненіями Гр. Ф—та Съ 22 рис. (Полезная библіотека]. Спб. 1894. Ц. 50 к.

Гольденбергъ, А. И. Сборникъ задачъ и примѣровъ для обученя начальной ариѳметикѣ въ 2-хъ выпускахъ. Вып. I. Задачи и примѣры на числа первой сотни и на простѣйшія дроби. Изд. 21-е, Д. Полубояринова. Спб. 1894. Ц. 15 к.

— Вып. II. Задачи и примѣры на числа любой величины. Изд. 19-е. Д. Полубояринова. Ц. 15 к.

Граве, Д. А. Курсъ аналитической геометріи (Институтъ инженеровъ путей сообщенія Императора Александра I). Съ 262 рис. въ текстѣ и 1 листомъ чертежей. Спб. 1893.

Лехницкій, Ѳ. М. Прибавленія къ учебнику „Элементарныя свѣдѣнія изъ прямолинейной и сферической тригонометріи въ приложеніи къ курсу кораблевожденія". Поти. 1894.

Поляковъ, П. Собраніе ариѳметическихъ задачъ, для умственнаго и письменнаго рѣшенія, съ прибавленіемъ упражненій въ вычисленіяхъ на счетахъ. Изд. 5-е, исправл. и дополненное, книжн. магазина К. Тихомирова. Москва. 1894. Ц. 60 к.

Систематическій указатель статей, помѣщенныхъ въ первыхъ 15-ти семестрахъ (№№ 1—180) популярно-научнаго журнала: „Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики", издаваемаго Э. К. Шпачинскимъ. Одесса. 1894. Ц. 50 к.

Тисандье, Гастонъ. Мученики науки. Съ 34 гравюрами и 23 портретами въ текстѣ. Переводъ съ французскаго подъ ред. Ф. Павленкова. Изд. 4-е Ф. Павленкова. Спб. 1894. Ц. 1 р. 25 к.

Труды приднѣпровской метеорологической сѣти. Томъ II, вып. I. Матеріалы къ изученію осадковъ бассейна Днѣпра. Іюль—декабрь 1893 г. Проф. П. И. Броунова (Отт. изъ „Университетскихъ Извѣстій" за 1894 г.). Кіевъ. 1894.

Бунге, Н. А., проф. унив. св. Владиміра. Курсъ химической технологіи. Вып. I. Вода. Топливо и отопленіе. Освѣщеніе. Съ 138 политипажами (Оттискъ изъ „Университетскихъ Извѣстій" за 1894 г.). Кіевъ. 1894.

Варнекъ, А. Объ организаціи предсказанія погоды въ интересахъ сельскаго хозяйства и мореплаванія въ Соединенныхъ Штатахъ (Изъ „Извѣстій Имп. Русск. Геогр. Общества"). Спб.

Волконскій, В. Новая система паровой машины примѣнительно къ воздухоплаванію и водянымъ судамъ, и нѣкоторыя соображенія относительно воздухоплаванья. Казань. 1894.

Малининъ, А. Руководство прямолинейной тригонометріи для гимназій и реальныхъ училищъ. Изд. 13-е книжн. магазина В. Думнова. Москва. 1894. Ц. 60 к.

БИБЛІОГРАФИЧЕСКІЙ ЛИСТОКЪ

НОВѢЙШИХЪ АНГЛІЙСКИХЪ ИЗДАНІЙ.

Физика, астрономія, физ. географія, метеорологія.

Ball, Sir *R.* The Story of the Sun. With 11 Full-page Plates and numerous Illustrations. Roy. 8vo. pp. 382. Cassell. 21 s.

Dickson, *H. N.* Meteorology: the Elements of Weather and Climate. Post 8vo. pp. 192. (University Extension Series). Methuen. 2 s. 6 d.

Tyndall, *J.* The Life and Work ol John Tyndall. With Personal Reminiscences by Friends and numerous Illustrations. Roy. 8vo. pp. 52. (Westminster Populars, № 6). Office. 6 d.

Knight, *G.* A Short History of Astronomy. 16mo. Philip. sewed, 6 d.

Lockyer, *I. N.* The Dawn of Astronomy: a Study of the Temple Worship and Mythology of the Ancient Egyptians. 8vo. pp. 430. Cassell. 21 s.

Poynting, *I. H.* The Mean Density of the Earth: an Essay to which the Adams Prize was adjudged in 1893 in the University of Cambrige. With illustrations and 8 folding plates. 8vo. pp. 176. Griffin. 12 s. 6 d.

Proctor, *R. A.* The Expanse of Heaven: a Series of Essays on the Wonders of the Firmament. New edit. post. 8vo. pp. 310. Longmans. 3 s. 6 d.

Glazebrook, *R. T.* Heat: an Elementary Text-Book, Theoretical, for Colleges and Schools. Post 8vo. pp. 240. (Cambridge National Science Manuals, Physical Series). Cambridge. Warehouse. 3 s.

Heaviside, *O.* Electro-Magnetic Theory. Vol. 1. 8vo. pp. 480. Electrician. 12 s. 6 d.

Hertz, *H.* Electric Waves: being Researches on the Propagation of Electric Action with Finite Velocity through Space. Authorised English Translation by D. E. Jones. With a Preface by Lord Kelvin. 8vo. pp. 286. Macmillan. 10 s. net.

Lynn, *W. T.* Remarkable Comets. 2nd edit. 12mo. E. Stanford. limp, 6 d.

Lynn, *W. T.* Celestial Motions: a Handy Book on Astronomy. 8th edit. revised, with three Plates. 12mo. pp. 134. Stanford. 2 s.

Glazebrook, *R. T.* Light: an Elementary Text-book, Teoretical and Practical, for Colleges and Schools. Post 8vo. pp. 196. (Cambridge Nat. Science Manuals, Physical Series). Cambridge. Warehouse. 3 s.

Greaves, *I.* Treatise on Elementary Hydrostatics. Post 8vo. pp. 210. Camb. Warehouse. 5 s.

Preston, *T.* Theory of Heat. 8vo. pp. 730. Macmillan. 17 s. net.

Spinner, *Alice.* A Study in Colour. 12mo. pp. 212. (Pseudonym Library). Unwin. 2 s.

Johnston, *S. P.* Notes on Astronomy: a Complete Elementary Handbook, together with a Collection of Examination Questions. Edited by James Lowe. 8vo. pp 82, Heywood. 3 s. 6 d.

Pratt, *H.* Principia Nova Astronomica. 4to. Williams & N. 10 s. 6 d.

Williamson, *B.* Introduction to the Mathematical Theory of the Stress and Strain of Elastic Solids. Cr. 8vo. Longmans. 5 s.

Emtage, *W. T. A.* An Introduction to the Mathematical Theory of Electricity and Magnetism. 2nd edit., revised, post 8vo. pp. 264. Frowde. 7 s. 6 d.

Stevart, *R. W.* Tutorial Physics. Vol. 3: a Text-Book of Light. 2nd edit., post 8vo. pp. 210 (University Tutorial Series). Clive. 3 s. 6 d.

Bower, *I. A.* Simple Experiments for Science Teaching, including two hundred Experiments, fully illustrating the Elementary Physics and Chemistry. Division in the School Continuation Code. With numerous woodcuts. Post 8vo. Christian Knowlege Soc. 2 s. 6 d.

Clark, *C. H.* Practical Methods in Microscopy. Illustrated. 12mo. (Boston) London 7 s. 6 d.

Химія.

Bolton, *H. C.* A Select Bibliography of Chemistry, 1492—1892. (Smithsonian Miscellaneous Collections, Vol. 36.) № 851). 8vo. (Washington) London. Sewed, 15 s.

Attfield, *J.* Chemistry: General, Medical and Pharmaceutical. 15th edit. post. 8vo. pp. 906. Gurney & J. 15 s.